

Matematika

Dejan Živković



Jednačine prave

- Koordinatni sistem ravni R^2

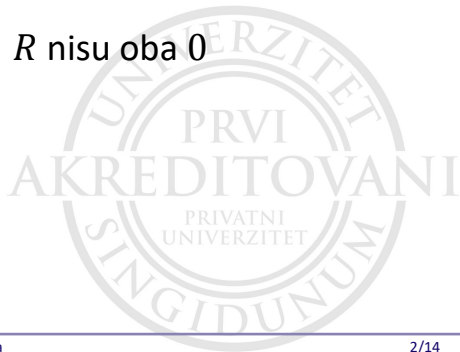


Jednačine prave

- Koordinatni sistem ravni R^2
- **Opšti oblik** jednačine prave:

$$ax + by + c = 0$$

a, b, c konstante, $a, b \in R$ nisu oba 0



Jednačine prave

- Koordinatni sistem ravni R^2
- **Opšti oblik** jednačine prave:

$$ax + by + c = 0$$

a, b, c konstante, $a, b \in R$ nisu oba 0

- Tačka $P(x_1, y_1)$ pripada pravoj ℓ akko koordinate tačke P zadovoljavaju jednačinu prave ℓ

Jednačine prave

- Primer: prava ℓ data jednačinom

$$2x + 3y - 4 = 0$$

1. Odrediti da li sledeće tačke pripadaju pravoj ℓ :

- $A(4, -1)$
- $B(5, -2)$



Jednačine prave

- Primer: prava ℓ data jednačinom

$$2x + 3y - 4 = 0$$

1. Odrediti da li sledeće tačke pripadaju pravoj ℓ :

- $A(4, -1)$
- $B(5, -2)$

2. Odrediti tačke preseka prave ℓ i x -ose i y -ose

Jednačine prave

- **Koeficijent pravca (nagib)** prave ako su $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ dve različite tačke na pravoj:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Jednačine prave

- **Koeficijent pravca (nagib)** prave ako su $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ dve različite tačke na pravoj:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Nagib horizontalne prave?



Jednačine prave

- **Koeficijent pravca (nagib)** prave ako su $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ dve različite tačke na pravoj:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Nagib horizontalne prave? 0



Jednačine prave

- **Koeficijent pravca (nagib)** prave ako su $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ dve različite tačke na pravoj:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Nagib horizontalne prave? 0
- Nagib vertikalne prave?



Jednačine prave

- **Koeficijent pravca (nagib)** prave ako su $P_1(x_1, y_1)$ i $P_2(x_2, y_2)$ dve različite tačke na pravoj:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Nagib horizontalne prave? 0
- Nagib vertikalne prave? Nedefinisan!

Jednačine prave

- Primer: odrediti koeficijent pravca (nagib) prave ℓ date jednačinom

$$2x - 5y - 9 = 0$$



Jednačine prave

- Primer: odrediti koeficijent pravca (nagib) prave ℓ date jednačinom

$$2x - 5y - 9 = 0$$

- Uzeti bilo koje dve tačke na pravoj ℓ :

$$P_1(-2, 1)$$

$$P_1(3, 3)$$



Jednačine prave

- Primer: odrediti koeficijent pravca (nagib) prave ℓ date jednačinom

$$2x - 5y - 9 = 0$$

- Uzeti bilo koje dve tačke na pravoj ℓ :

$$P_1(-2, 1)$$

$$P_1(3, 3)$$

- $$m = \frac{3 - 1}{3 - (-2)} = \frac{2}{5}$$



Jednačine prave

- **Eksplicitni oblik** jednačine prave:

$$y = mx + c$$

m – koeficijent pravca, c – odsečak na y -osi



Jednačine prave

- **Eksplicitni oblik** jednačine prave:

$$y = mx + c$$

m – koeficijent pravca, c – odsečak na y -osi

- Primer: odrediti eksplicitni oblik jednačine prave ℓ date jednačinom u opštem obliku

$$2x - 5y - 9 = 0$$

Jednačine prave

- Primer: odrediti opšti oblik jednačine prave ℓ date jednačinom u eksplicitnom obliku

$$y = 3x - \frac{1}{2}$$



Jednačine prave

- Primer: odrediti opšti oblik jednačine prave ℓ date jednačinom u eksplicitnom obliku

$$y = 3x - \frac{1}{2}$$

- Primer:

1. Odrediti eksplicitni i opšti oblik jednačine prave ℓ koja prolazi kroz tačke $A(1, 3)$ i $B(2, -4)$;
2. Odrediti presečnu tačku prethodne prave ℓ i prave $y = 3x - \frac{1}{2}$.

Jednačine prave

- Vertikalne prave: $x = a$



Jednačine prave

- Vertikalne prave: $x = a$
- Horizontalne prave: $y = b$



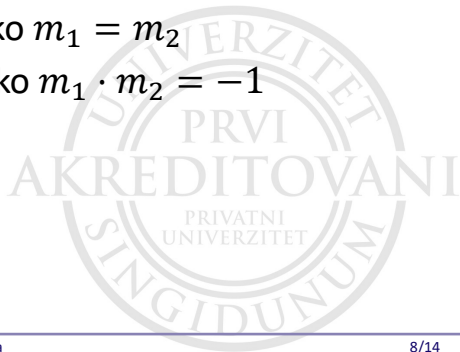
Jednačine prave

- Vertikalne prave: $x = a$
- Horizontalne prave: $y = b$
- ℓ_1 i ℓ_2 sa koeficijentima pravca m_1 i m_2



Jednačine prave

- Vertikalne prave: $x = a$
- Horizontalne prave: $y = b$
- ℓ_1 i ℓ_2 sa koeficijentima pravca m_1 i m_2
 - ℓ_1 i ℓ_2 su paralelne akko $m_1 = m_2$
 - ℓ_1 i ℓ_2 su normalne akko $m_1 \cdot m_2 = -1$

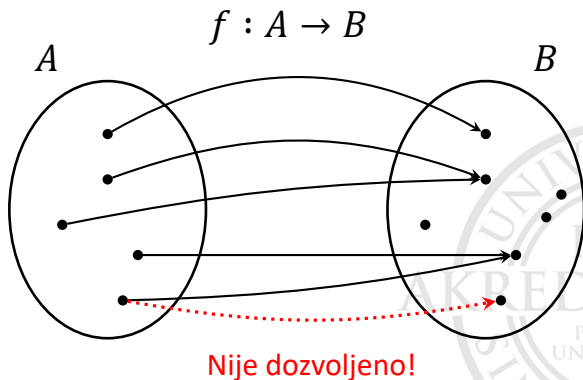


Jednačine prave

- Vertikalne prave: $x = a$
- Horizontalne prave: $y = b$
- ℓ_1 i ℓ_2 sa koeficijentima pravca m_1 i m_2
 - ℓ_1 i ℓ_2 su paralelne akko $m_1 = m_2$
 - ℓ_1 i ℓ_2 su normalne akko $m_1 \cdot m_2 = -1$
- Primer: odrediti opšti oblik dve prave ℓ_1 i ℓ_2 koje prolaze kroz tačku $P(3, -2)$ takve da je ℓ_1 paralelna sa i ℓ_2 normalna na pravu $y = 3x + 1$

Funkcije

- Funkcija f od A u B :



Terminologija funkcija

- $f : A \rightarrow B$
- f preslikava A u B
- A je domen (oblast definisanosti) za f
- B is kodomen (oblast vrednosti) za f
- Ako je $f(a) = b$, a je original (ulaz) za b , a b je slika (izlaz) za a
- Skup slika za f je skup svih slika elemenata domena A

Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, $a f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1?



Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c



Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ?



Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2



Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ?



Terminologija funkcija

■ Primer

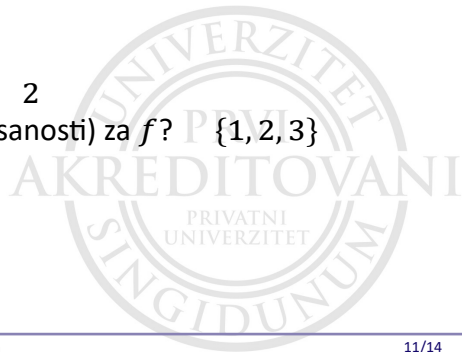
- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ? $\{1, 2, 3\}$



Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ? $\{1, 2, 3\}$
- Šta je kodomen (oblast vrednosti) za f ?

Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ? $\{1, 2, 3\}$
- Šta je kodomen (oblast vrednosti) za f ? $\{a, b, c\}$

Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ? $\{1, 2, 3\}$
- Šta je kodomen (oblast vrednosti) za f ? $\{a, b, c\}$
- Šta je skup slika za f ?

Terminologija funkcija

■ Primer

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$, a $f : A \rightarrow B$ je definisano sa:

$$1 \rightarrow c$$

$$2 \rightarrow a$$

$$3 \rightarrow c$$

- Šta je slika (izlaz) za 1? c
- Šta je original (ulaz) za a ? 2
- Šta je domen (oblast definisanosti) za f ? $\{1, 2, 3\}$
- Šta je kodomen (oblast vrednosti) za f ? $\{a, b, c\}$
- Šta je skup slika za f ? $\{a, c\}$

Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16,$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$
 - $x = 0.123,$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$
 - $x = 0.123, f(x) = \sqrt{0.123} + 1$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$
 - $x = 0.123, f(x) = \sqrt{0.123} + 1$
 - $x = -4,$



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$
 - $x = 0.123, f(x) = \sqrt{0.123} + 1$
 - $x = -4, f(x)$ je nedefinisano



Realne funkcije

- $f : A \rightarrow R, \quad A \subseteq R$
- $f(x) =$ izraz (formula)
- Domen (oblast definisanosti) se implicitno podrazumeva
- Primer: $f(x) = \sqrt{x} + 1$
 - $x = 16, f(x) = 5, \quad f(16) = 5$
 - $x = 0.123, f(x) = \sqrt{0.123} + 1$
 - $x = -4, f(x)$ je nedefinisano
 - $f : [0, \infty) \rightarrow R$
 - Domen (oblast definisanosti) je $[0, \infty)$
 - Kodomen (oblast vrednosti) je R

Realne funkcije

■ Primer: $f(x) = x^2 - 3x + 7$. Naći

- $f(10)$
- $f(a + 1)$
- $f(r^2)$
- $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$



Realne funkcije

- Primer: Odrediti domen (oblast definisanosti) za

- $f(x) = \frac{1}{x - 2}$

- $f(x) = 2 + \sqrt{1 + 5x}$

- $f(x) = \frac{3}{x^2 + x - 2}$

- $f(x) = \sqrt{10 - 3x - x^2}$

